Modelowanie i Analiza Systemów Informatycznych

Logika Temporalna i Automaty Czasowe

(1)

Wprowadzenie do logiki temporalnej

© Paweł Głuchowski, Politechnika Wrocławska

wersja 2.2

Program wykładów

1. Wprowadzenie do logiki temporalnej
2. Logika LTL
3. Logika CTL
4. Modelowa weryfikacja systemu
5. Automaty czasowe UPPAAL
6. Modelowa weryfikacja systemu w UPPAAL
7. Automaty czasowe NuSMV
8. Modelowa weryfikacja systemu w NuSMV
9. Inne rodzaje logiki temporalnej
10. Logika temporalna i temporalne bazy danych

Treść wykładu

Logika

- Co to jest logika?
- Klasyczna logika zdań
- Logika modalna

Treść wykładu

Czas

- Co to jest czas?
- Czas ciągły i dyskretny
- Czas skończony i nieskończony
- Czas liniowy, rozgałęziony i równoległy
- Czas punktowy i przedziałowy

Treść wykładu

Logika temporalna

- Co to jest logika temporalna?
- Wybrane rodzaje logiki temporalnej
- Zastosowanie logiki temporalnej

Logika

- Co to jest logika?
- Klasyczna logika zdań
- Logika modalna

Logika

Co to jest logika?

- nauka argumentowania *(z greckiego λογική /logiké/)*
- jedna z głównych dziedzin matematyki
  (pozostałe to: teoria zbiorów i arytmetyka)
- matematyczny opis rzeczywistości
- narzędzie rozróżniania między prawdą a kłamstwem
  (wg definicji Awerroesa z XII wieku)
- nauka o rozumowaniu i sztuka rozumowania
  (wg definicji Richarda Whately'a z XIX wieku)
- nauka o najogólniejszych prawach prawdy
  (wg definicji Gottloba Frege'a z XIX/XX wieku)

Logika

Klasyczna logika zdań

- to zbiór praw logicznych;
- nadaje logiczny stan (*prawda* / *fałsz*) dla każdego zdania, np. zdanie „Październik jest miesiącem.” jest prawdziwe;
- pozwala wnioskować o prawdziwości* zdania, np. „Jeśli x i y są liczbami, to ich suma też jest liczbą”.

* Zdanie jest prawdziwe, jeśli opisuje faktyczny stan rzeczy.

Logika

Logika modalna

- to klasyczna logika zdań określona matematycznie.

Niech WA będzie zbiorem wyrażeń atomowych

Wyrażenie atomowe *jest niepodzielne na inne wyrażenia.*
Np. „Woda jest mokra.” nie jest podzielne na inne zdania.

Formułę generuje się wg reguł S1 i S2:

S1: każde wyrażenie $p \in$ WA jest formułą;

S2: jeśli p i q są formułami, to $p \wedge q$ i $\neg p$ też są formułami

(inne klasyczne spójniki logiczne też są dostępne).

Logika modalna

Podstawowe i pochodne relacje logiczne:

relacja	zapis	znaczenie
koniunkcja	$p \wedge q$	p jest prawdziwe i q jest prawdziwe
negacja	$\neg p$	p nie jest prawdziwe
alternatywa	$p \vee q$	$\neg (\neg p \wedge \neg q)$
implikacja	$p \Rightarrow q$	$\neg p \vee q$
równoważność	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

p i q są formułami

Czas

- Co to jest czas?
- Czas ciągły i dyskretny
- Czas skończony i nieskończony
- Czas liniowy, rozgałęziony i równoległy
- Czas punktowy i przedziałowy

Czas

Co to jest czas?

- nieprzestrzenne kontinuum, w którym zdarzenia zachodzą w nieodwracalnej kolejności od przeszłości, przez teraźniejszość do przyszłości;
- jeden z wymiarów kontinuum czaso–przestrzennego w fizyce.

Niech t_0, t_1, $t_2 \in$ *czas* będą momentami* czasu.

** **Moment** jest zerowej długości czasem, reprezentowanym np. przez punkt na osi czasu.*

Czas

Czas ciągły i dyskretny

Ciągły: $(\forall t_0,t_1)\ (\exists t_2)\ (t_0 < t_2 < t_1)$

— dla każdych dwóch momentów istnieje pewien moment między nimi.

Dyskretny: $(\exists t_0,t_1)\ (\neg\exists t_2)\ (t_0 < t_2 < t_1)$

— istnieją dwa takie momenty, że nie istnieje żaden moment między nimi.

Czas

Czas skończony i nieskończony

Lewostronnie skończony: $(\exists t_0)\ (\neg\exists t_1)\ (t_1 < t_0)$

— przeszłość ograniczona jest do pewnego momentu (np. obecnego); przyszłość jest nieskończona.

Prawostronnie skończony: $(\exists t_0)\ (\neg\exists t_1)\ (t_1 > t_0)$

— przeszłość jest nieskończona; przyszłość jest ograniczona do pewnego momentu (np. obecnego).

Obustronnie skończony: $(\exists t_0,t_1)\ (\neg\exists t_2)\ (t_2 < t_0 \vee t_2 > t_1)$

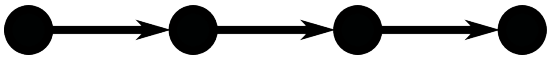
— przeszłość i przyszłość ograniczone są do pewnych momentów.

Nieskończony: $(\forall t_0)\ (\exists t_1,t_2)\ (t_1 < t_0 < t_2)$

— przeszłość i przyszłość są nieograniczone.

Czas

Czas liniowy, rozgałęziony i równoległy

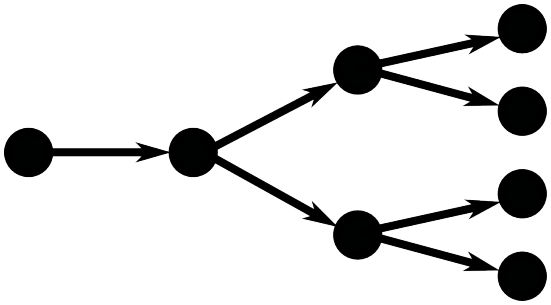


Liniowy: $(\forall t_0,t_1)\ (t_0 < t_1 \ \vee\ t_0 = t_1 \ \vee\ t_0 > t_1)$

— istnieje tylko jeden wariant przepływu czasu.

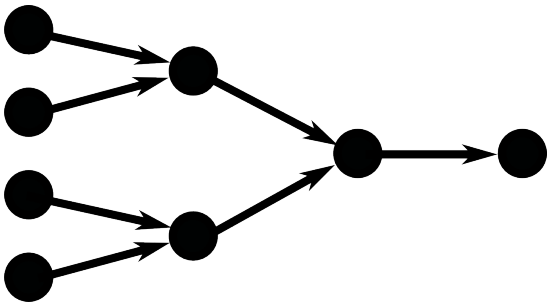
Rozgałęziony:

— istnieją różne warianty przepływu czasu,
mające wspólną część ze sobą:



- lewostronna liniowość:

  $(\forall t_0,t_1,t_2)\ (t_1< t_0 \wedge t_2< t_0 \Rightarrow t_1< t_2 \vee t_1= t_2 \vee t_1> t_2)$



- prawostronna liniowość:

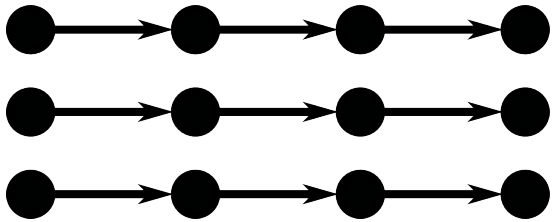
  $(\forall t_0,t_1,t_2)\ (t_0< t_1 \wedge t_0< t_2 \Rightarrow t_1< t_2 \vee t_1= t_2 \vee t_1> t_2)$

Czas liniowy, rozgałęziony i równoległy

Równoległy:

— istnieją różne warianty przepływu czasu, nie mające ze sobą żadnej wspólnej części;

— czas jest jednocześnie lewostronnie i prawostronnie liniowy.



Czas punktowy i przedziałowy

Punktowy:

— struktura czasowa składa się tylko z punktów.

Przedziałowy:

— struktura czasowa składa się tylko z przedziałów.

Logika temporalna

- Co to jest logika temporalna?
- Wybrane rodzaje logiki temporalnej
- Zastosowanie logiki temporalnej

Logika temporalna

Co to jest logika temporalna?

- pozwala wnioskować z uwzględnieniem czasu

  (wnioskowanie w dziedzinie czasu),
- przypisuje wartość *prawda* / *fałsz* do wyrażeń logiki modalnej,
- umieszcza wartość *prawda* / *fałsz* w strukturze czasowej.

Logika temporalna

Wybrane rodzaje logiki temporalnej:

- **LTL** (*Linear Temporal Logic*)

  — czas: dyskretny, lewostronnie skończony, liniowy, punktowy;

- **CTL** (*Computation Tree Logic*)

  — czas: dyskretny, lewostronnie skończony, rozgałęziony (lewostronnie liniowy), punktowy;

- **RTCTL** (*Real-Time Computation Tree Logic*)

  — wersja CTL, gdzie wartości czasu dane są ilościowo jako stałe;

- **PRTCTL** (*Parametrised Real-Time Computation Tree Logic*)

  — wersja CTL, gdzie wartości czasu dane są ilościowo jako zmienne.

Logika temporalna

Wybrane rodzaje logiki temporalnej:

- **TCTL** (*Timed Computation Tree Logic*)

  — wersja CTL, gdzie wartości czasu dane są ilościowo jako stałe;

- **CTL*** (*Full Branching Computation Tree Logic*)

  — wersja CTL o większej ekspresji, zawierającej też ekspresję LTL;

- **ITL** (*Interval Temporal Logic*)

  — czas: dyskretny, skończony lub nieskończony, liniowy, przedziałowy;

- **DC** (*Duration Calculus*)

  — wersja ITL, gdzie mierzy się prawdziwość wyrażenia w odcinku czasu.

Logika temporalna

Zastosowanie logiki temporalnej

- Głównie w modelowaniu i weryfikacji systemów:
  - współbieżnych

    (składają się z procesów wykonywanych jednocześnie, mających dostęp do wspólnych danych, potencjalnie współdziałających ze sobą);
  - reaktywnych

    (działają na zasadzie akcja-reakcja, wobec pojawiających się okoliczności,
    np.: kontrolujące reaktor elektryczny, silnik w maszynie lub ruch lotniczy).

Koniec

Literatura:

- E.A. Emerson „Temporal and modal logic”, 1995
- R. Klimek *„Zastosowanie logiki temporalnej w specyfikacji i weryfikacji oprogramowania – w stronę czasu rzeczywistego”*, w: „Wykłady zaproszone. Systemy Czasu Rzeczywistego 2000”, 2001