Technika Regulacji
Lista nr 0

1. Zaznacz na płaszczyźnie zespolonej orientacyjne położenie następujących liczb e^i, i^e, i^i, π^i, e^π, $(1+i)^\pi$

2. Wyznacz wszystkie rozwiązania poniższych równań i zaznacz je na płaszczyźnie zespolonej
   a) $z^4 = -1$
   b) $z^3 = -8$

3. Na płaszczyźnie zespolonej $(\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z)$ zaznacz obszary określonie nierównościami
   a) $\operatorname{Im}(z+i) = 0$
   b) $\arg(z+1) = 0$
   c) $1 \leqslant |z-i|^3 \leqslant 8$
   d) $-\frac{\pi}{2} \leqslant \arg z^3 \leqslant \frac{\pi}{2}$

4. Skonstruuj wzór ogólny opisujący ciąg $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$
   a) $2, 4, 6, 8, 10, \ldots.$
   b) $4, -2, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \ldots$
   c) $1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, \ldots$

5. Niech $z = \frac{ix}{ix+1} \in \mathbb{C}$, gdzie $x \in \mathbb{R}^+$. Na płaszczyźnie $(\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z)$ narysuj "wędrówkę"punktu z przy wartości x zmieniającej się od 0 do ∞.

6. Korzystając ze wzorów Eulera pokazać, że

$$\sin(\omega t + \varphi) = \alpha \sin \omega t + \beta \cos \omega t,$$

   gdzie $\alpha = \cos\varphi$ i $\beta = \sin\varphi$.

7. Stosując rozwinięcie w szereg Taylora wykazać, że

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x.$$